

Sur une méthodologie de préconditionnement pour la reconnaissance d'objets diffractants en propagation d'ondes

Yann Grisel

ONERA-DTIM, Toulouse
Université Paul Sabatier, Toulouse 3

yann.grisel@onera.fr

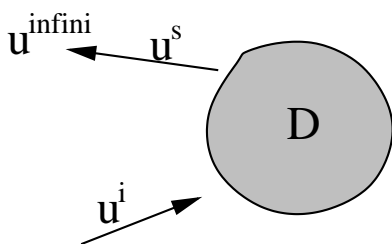
Sous la direction de : Vincent Mouysset (DTIM)
Pierre Alain Mazet (DTIM)
Jean Pierre Raymond (IMT - UPS)

Résumé

L'identification d'objets diffractants en propagation d'ondes relève des problèmes inverses. Le problème direct étant totalement continu, celui de retrouver la géométrie de l'objet est alors forcément mal conditionné. Cette difficulté a été étudiée notamment par Colton, Kress, Kirsch et Potthast dont les travaux ont donné lieu à "Linear sampling method" et des variantes, en particulier la "Factorization method" présentée par Kirsch. Nous nous intéresserons à ses extensions et au développement d'autres méthodes là où elle n'est plus applicable (identification de caractéristiques physiques par exemple).

1 Présentation

La propagation des ondes acoustiques ou électromagnétiques est régie respectivement par l'équation de Helmholtz ou les équations de Maxwell. Nous nous intéressons au problème inverse qui est de reconstituer la géométrie d'un objet diffractant et éventuellement certaines de ses propriétés physiques. Cette étude est menée à partir de la donnée du champ lointain engendré par l'objet éclairé par une onde incidente.



2 Méthodes de résolution

Les problèmes inverses en diffraction d'ondes étant généralement très mal conditionnés, leurs résolutions s'avèrent alors extrêmement coûteuses. L'accent est donc porté sur la mise en place de méthodes applicables dans un large spectre applicatif et d'exécution rapide.

2.1 La "Linear sampling method"

Dans le domaine de l'identification de cibles ou d'objets de nouvelles méthodes ont été introduites depuis une dizaine d'années apparentées à la "Linear Sampling Method" [Colton et Kress, 1992]. Elles permettent de déterminer à partir de données physiques simples (champs lointain en bi-scattering) si un point quelconque de l'espace fait partie ou non de l'objet ou de la cible à identifier. Il s'en suit un algorithme très efficace qui permet de déterminer les contours des éléments diffractant. L'évaluation de la composition de ceux-ci reste alors inconnue. Cette méthode, bien que très efficace numériquement, souffre d'un défaut de justification mathématique pour de nombreuses applications.

2.2 La "Factorization method"

Une de ces méthodes, plus récente, la "Factorization Method" [Kirsch, 1999] et [Kirsch, 2000], a trouvé un essor important au travers d'applications à plusieurs domaines de la Physique et de la Biologie [Kirsch, 2002]. Le cadre théorique à la base de cette dernière technique permet d'étudier des phénomènes physiques complexes (recherche d'inclusions dans un objet diffractant d'indice connu, localisation de cibles très petites,...) tout en conservant la rapidité des simulations. Cette variante du "linear sampling" repose sur des bases mathématiques plus satisfaisantes.

2.3 Travaux en cours

Nous avons étudié la "factorization method" dans le cadre de la reconstitution de contours d'objets. Les travaux en cours consistent à étendre le cadre mathématique de cette méthode à l'identification de parties incluses dans un objet connu (toujours à partir du champ lointain). Cette approche a été initiée entre autres par les travaux de [Gebauer, 2006]. On suppose connu le champ lointain engendré par l'objet de référence, on dispose des mesures de l'objet contenant une modification et on cherche à reconstituer cette modification.

La figure 1 présente le schéma correspondant aux deux champs lointains considérés et la figure 2 présente un exemple de résultat d'application de la "factorization method" à cette configuration.

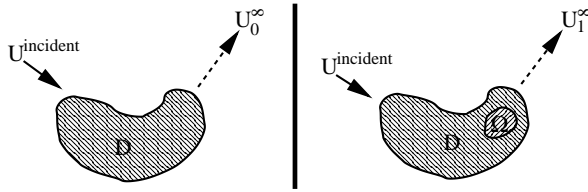


FIG. 1 – Schema du cadre étudié

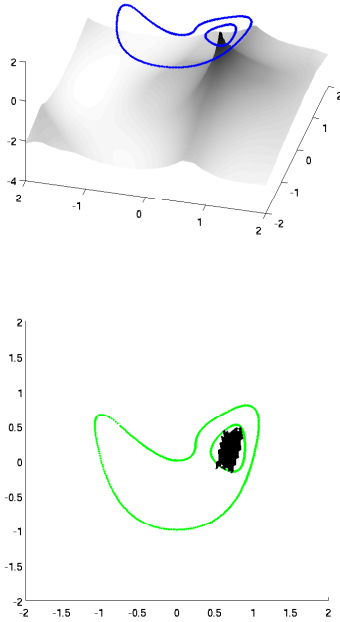


FIG. 2 – Reconstitution d'une inclusion dans un objet connu dans des conditions "réalistes" (peu de mesures, fort bruit)

3 Perspectives

L'objectif de cette thèse serait, au travers de l'étude mathématique du comportement de cette méthode, de proposer une technique de préconditionnement pour la résolution de divers problèmes inverses (par exemple l'identification de caractéristiques physiques en aéroacoustique ou en électromagnétisme). Le but est ainsi d'améliorer la vitesse de traitement de ceux-ci ainsi que, si possible, de réduire (en un sens à définir) leur instabilité. Cette étude pourra se faire au travers de résultats mathématiques récents sur l'identification de variétés riemanniennes à partir de la connaissance d'opérateurs de types Dirichlet-to-Neumann [Lassas *et al.*, 2001], [Kurylev *et al.*, 2006] ou de méthodes DORT [Fink et Prada, 2001]. De nombreuses applications dans les techniques d'identifications rapides sont visées aussi bien en électromagnétisme (identification de cibles, localisation, recherche d'objets enfouis)

qu'en tomographie (recherche d'éléments particuliers : défauts dans une structure, cellules cancéreuses dans un tissu organique,...). La validation de la méthode et la mise en avant de l'intérêt de cette approche pourront être effectuées à partir de données issues de problèmes physiques étudiés à l'ONERA ainsi que par comparaison avec d'autres méthodes actuellement étudiées.

Après une étude de la validation mathématique des résultats numériques que nous avons obtenus pour la reconstitution d'inclusions avec la méthode de Kirsch, nous nous intéresserons donc aux travaux de Lassas pour l'identification de contours et d'inclusions.

Références

- [Colton et Kress, 1992] D.L. Colton et R. Kress. *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory*. Springer Verlag, 1992.
- [Fink et Prada, 2001] M. Fink et C. Prada. Acoustic time-reversal mirrors. *INVERSE PROBLEMS*, 17(1) :1–38, 2001.
- [Gebauer, 2006] B. Gebauer. The Factorization Method for Real Elliptic Problems. *Journal for Analysis and its Applications*, 25 :81–102, 2006.
- [Kirsch, 1999] A. Kirsch. Factorization of the far-field operator for the inhomogeneous medium case and an application in inverse scattering theory. *INVERSE PROBLEMS*, 15 :413–430, 1999.
- [Kirsch, 2000] A. Kirsch. New characterizations of solutions in inverse scattering theory. *Applicable Analysis*, 76(3) :319–350, 2000.
- [Kirsch, 2002] Andreas Kirsch. The factorization method for a classe of inverse elliptic problems. 2002.
- [Kurylev *et al.*, 2006] Y. Kurylev, M. Lassas, et E. Somersalo. Maxwell's equations with a polarization independent wave velocity : Direct and inverse problems. *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 86(3) :237–270, 2006.
- [Lassas *et al.*, 2001] M. Lassas, J. Liukkonen, et E. Somersalo. Complex Riemannian metric and absorbing boundary conditions. *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 80(7) :739–768, 2001.